Je nach der Größe der Amplituden der einzelnen Teilschwingungen und der Nullphasenwinkel kommen durch die Überlagerung die verschiedensten Schwingungsformen zustande. Die Abb. 13 und 14 veranschaulichen Beispiele.

Dia 1/25

$A_2 = \frac{2}{5} A_1$

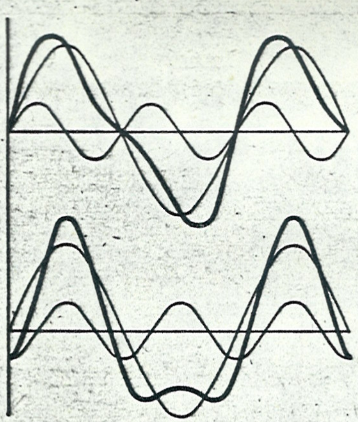

Abb. 13. Überlagerung von harmonischen Schwingungen mit dem Frequenzverhältnis 1 : 2 bei verschiedener Phasenverschiebung.

In Abb. 13 handelt es sich um die Überlagerung einer Oberschwingung doppelter Frequenz und $^2/_5$ der Amplitude. Im oberen Bild ist der Nullphasenwinkel der Oberschwingung $\varphi_2 = 0$, im unteren Bild $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$. Man bemerkt, daß die resultierende Schwingung in ganz verschiedener Weise unsymmetrisch ist.

In Abb. 14 hat die Oberschwingung die dreifache Frequenz. Die einzelnen Teilbilder unterscheiden sich wieder durch die Nullphasenwinkel

$$\varphi_3 = 0; \quad \varphi_3 = -\frac{\pi}{2};$$
$$\varphi_3 = -\pi.$$

Dia 1/26

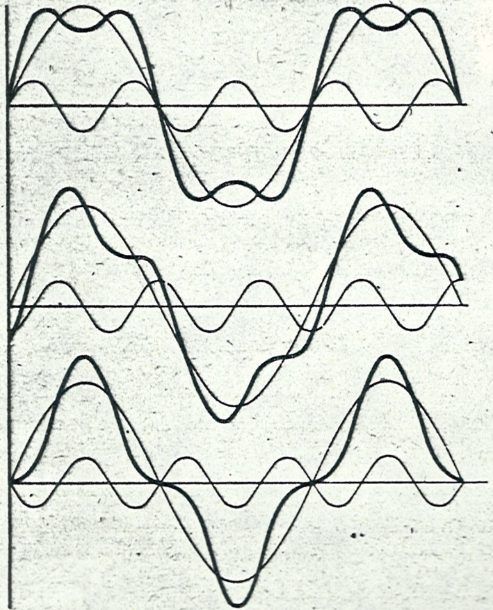

Abb. 14. Überlagerung von harmonischen Schwingungen mit dem Frequenzverhältnis 1 : 3 bei verschiedener Phasenverschiebung.

Wenn man der Grundschwingung nicht nur e i n e Oberschwingung überlagert, sondern eine ganze Reihe solcher, wie Gl. (10a) es ausdrückt, und wenn man dabei noch die Amplitudenverhältnisse und die Nullphasenwinkel variiert, so erhält man eine unübersehbare Fülle der verschiedensten Schwingungsformen. Das einzig Gemeinsame an ihnen ist die Periode T. Angesichts dieser Tatsache drängt sich die Frage auf, ob es möglich ist, eine periodische Schwingung von vorgegebener Schwingungsform $x = F(t)$ in eine Reihe von harmonischen Teilschwingungen entsprechend der Gl. (10a) zu zerlegen. Daß und wie dies möglich ist, werden wir im Abschnitt 9 zeigen.

Wir wollen nun noch die Zusammensetzung zweier harmonischen Schwingungen

$$x = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \tag{10b}$$

betrachten, bei denen zwar nicht die Frequenz der einen ein ganzzahliges **Vielfaches** der Frequenz der andern ist, aber die Frequenzen in einem **ganzzahligen Verhältnis** stehen, also z. B.

rationalem

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{42}{61} = \frac{T_2}{T_1}$$

ist. Hier wird die resultierende Schwingung x ebenfalls periodisch, und zwar besitzt sie die Periode

$$T = 42\,T_1 = 61\,T_2.$$

d.h. kleinstes gemeinsames „Vielfaches“

Sie ist also bei dem gewählten Zahlenverhältnis viel länger als die Periode jeder Teilschwingung.

Überlagert man nur wenige Perioden der Teilschwingungen, so ergibt sich ein scheinbar unregelmäßiges Schwingungsbild, das sich von Periode zu Periode ändert und das sich erst nach Ablauf der Großperiode T wiederholt.

b) Beliebiges Frequenzverhältnis

Aus dem soeben Ausgeführten folgt, daß die Summe zweier harmonischen Schwingungen, deren Frequenzen in einem nicht rationalen Verhältnis stehen (z. B. $f_1/f_2 = \sqrt{2}$, oder $= \pi$) einen gänzlich unperiodischen Schwingungsvorgang liefert; das Schwingungsbild ändert sich fortwährend, ohne sich jemals zu wiederholen.

$\sin \omega T = \sin n \underbrace{\omega T}_{2\pi}$ nur für ga… zahlige $(t + nT$

c) Schwebungen

Von Interesse ist noch die Überlagerung zweier harmonischen Schwingungen, deren Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 nur wenig voneinander verschieden sind. Es sei $\omega_2 > \omega_1$. Die Speerdarstellung (Abb. 15) lehrt, daß der resultierende Speer $\mathfrak{A}$, dessen Vertikalprojektion den Augenblickswert der resultierenden Schwingung (Gl. 10b) ergibt, seine Größe[1]) fortwährend ändert, da der schnellere Speer $\mathfrak{A}_2$ den langsameren immer wieder

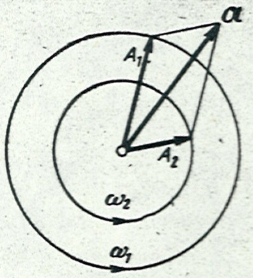

Abb. 15. Speerdiagramm zur Erläuterung der Entstehung von Schwebungen.

[1]) und im allgemeinen auch seine Winkelgeschwindigkeit. !